Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

Ayın Sorusu

Ekim 2024

Soru:

k ve n pozitif tam sayılar olmak üzere, n sayısının tam olarak k pozitif böleni varsa ve bu bölenlerden herhangi ikisinin $k+1$ ile bölümlerinden kalanlar birbirlerinden farklı ise, k sayısına *iyi* sayı diyelim. Tüm iyi sayıları bulunuz.

Çözüm: Cevap: $k=3$ ve p herhangi bir asal sayı olmak üzere, $k=p-1$.

İki durum inceleyeceğiz.

Durum 1: k kalandan bir tanesi 0 dır.

Bu durumda $k+1$ sayısı bölenlerden bir tanesini bölüyor. Demek ki $k+1$ sayısı n yi bölüyor ve kalanlardan birbirinden farklı olduğundan $k+1=n$. Sonuç olarak $k+1$ sayısının k Then $k|k+1$ or $k-1|k+1$. tane böleni var. Buradan $k=1,2$ ve 3 gelir.

Durum 2: Kalanların hiçbiri 0 değildir.

$k+1$ asal sayı değilse p bir asal ve $m>1$ olmak üzere, $k+1=pm$ olur. p ile bölünen bölenlerin kalanlarının alabileceği değerler $p, 2p, \ldots, p(m-1)$ dir. ebob $(p,r)=1$ olmak üzre, $n=p^\alpha r$ olsun. r sayısının pozitif bölen sayısı s olsun. O zaman $k=(\alpha+1)s$ ve p ile bölünen bölenlerin sayısı $m-1=\alpha s$ olur. Bu durumda

$$2 < \frac{pm-1}{m-1} = \frac{k}{m-1} = \frac{(\alpha+1)s}{\alpha s} = \frac{\alpha+1}{\alpha} \leq 2,$$

çelişkisi elde ediliyor. Demek ki $k+1$ asal sayı olmak zorundadır.

Şimdi her p asal sayısı için $k=p-1$ sayısının iyi sayı olduğunu göstereceğiz. g sayısı p nin ilker kökü olsun. Drichlet teoremine göre, $g+lp$, $l=1,2,\ldots$ aritmetik dizisinde bir q asal sayısı vardır. O zaman $n=q^{p-2}$ sayısının kalanları farklı olan tam olarak $p-1$ tane böleni olur: $k=p-1$ bir iyi sayıdır.