



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Dönem: Ekim 2023

Her $1 \leq i \leq 2023$ için $x_i \in \{1, 2, \dots, 100\}$ olacak şekilde oluşturulan tüm $(x_1, x_2, \dots, x_{2023})$ 2023-lilerinden oluşan kümeyi \mathcal{S} ile gösterelim. Bir $T \subset \mathcal{S}$ alt kümesinin herhangi bir $(x_1, x_2, \dots, x_{2023}) \in T$ elemanı için $y_i \leq x_i$ ($1 \leq i \leq 2023$) koşulunu sağlayan tüm $(y_1, y_2, \dots, y_{2023})$ 2023 leri de T nin elemanı ise, T alt kümesine aşağıya doğru yoğun diyelim. Bir $T \subset \mathcal{S}$ alt kümesinin herhangi bir $(x_1, x_2, \dots, x_{2023}) \in T$ elemanı için $y_i \geq x_i$ ($1 \leq i \leq 2023$) koşulunu sağlayan tüm $(y_1, y_2, \dots, y_{2023})$ 2023 leri de T nin elemanı ise, T alt kümesine yukarıya doğru yoğun diyelim.

A ve B sırasıyla \mathcal{S} kümesinin aşağıya doğru yoğun ve yukarıya doğru yoğun boş olmayan alt kümeleri olmak üzere,

$$f(A, B) = \frac{|A| \cdot |B|}{|A \cap B|}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değeri belirleyiniz.

Not: T kümesinin eleman sayısı $|T|$ ile gösterilmiştir.