



**Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü**

AYIN SORUSU

Kasım 2013

Soru:

Çember çevresine 33 tane kutu yerleştirilmiştir. Aslı 333 boncuğu bu kutulardan bazılarında istediği biçimde dağıtıyor ve sonra Berk bu kutulardan birini işaretliyor. Daha sonra Aslı Berk'in işaretlemediği kutulardan 16 tanesini herhangi ikisi ardışık olmayacak biçimde seçiyor. Aslı seçtiği kutularda k tane boncuk olmasını garantileyebiliyorsa, k nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

Çözüm:

Cevap: $k = 222$. Kutuları herhangi bir yönde 1,2, ..., 33 olarak numaralandıralım. Aslı 1,4, ve 7 numaralı kutuların her birine 111 boncuk yerleştirirse her durumda 222 boncuk almayı garantiler.

Şimdi Aslı nın 222 den daha fazla boncuk almasını garantilemesinin mümkün olmadığını gösterelim. Diyelim ki boncukların Aslı tarafından dağılımından sonra Berk kutulardan birini işaretlesin ve daha sonra da Aslı kurallara uygun şekilde toplamda en az 223 boncuk içeren 16 kutu seçmiş olsun (böyle bir durum yoksa ispat tamamdır). Seçilmemiş kutulardan tam olarak iki tanesinin komşu olacağı açıktır. Bu kutular B_{33} and B_1 olsun. B_1 den başlayarak kalan kutulara saat yönünde 2, 3, ..., 32 olarak numaralandıralım. i numaralı kutu Aslı tarafından seçilmişse bu kutuya A -kutusu diyelim ve A_i olarak işaretleyelim, i numaralı kutu Aslı tarafından seçilmemişse bu kutuya B -kutusu diyelim ve B_i olarak işaretleyelim. Varsayıma göre A -kutularda toplam en az 223 boncuk bulunuyor. O zaman

$1 < i \leq k$ numaralı tüm A -kutularda toplam en az 112

ve

$k \leq i < 33$ numaralı tüm A -kutularda toplam en az 112

boncuk olacak şekilde bir k sayısı bulunur. Berk k numaralı kutuyu işaretlerse Aslı $1 < i \leq k$ numaralı veya $k \leq i < 33$ numaralı hiçbir A -kutusunu seçemeyecektir ve sonuç olarak Aslı en fazla 221 boncuk alacaktır. Çelişki ispatı tamamlanmış oluyor.