



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Ekim 2012

Soru:

Uzayda n nokta yerleştirilmiştir ve bazı nokta ikilileri doğru parçalarıyla birleştirilmiştir. Toplam sayısı 3018 olan bu doğru parçalarının her biri verilmiş üç renkten birine boyanmıştır. Herhangi bir renge boyanmış tüm doğru parçaları atıldıktan sonra bile; herhangi iki nokta için, kalan doğru parçalarından oluşan ve bu iki noktayı birleştiren bir yol bulunuyorsa, n nin alabileceği en büyük değer nedir?

Çözüm:

Cevap: $n = 2013$. $x_1 \leq x_2 \leq x_3$ olmak üzere, x_1 doğru parçası 1, x_2 doğru parçası 2, x_3 doğru parçası da 3 rengine boyanmış olsun. 3 rengine boyanmış doğru parçaları atılırsa kalan doğru parça sayısı en fazla 2012 olur. m köşeli bağlantılı çizgenin en az $m - 1$ kenarı bulunduğundan $n \leq 2013$ elde ediyoruz.

Şimdi $n = 2013$ için örnek verelim:

2013 noktayı $x-y$ düzlemindeki $(1, 0), (2, 0), \dots, (1006, 0), (1007, 0), (1, 1), (2, 1), \dots, (1006, 1)$ noktalarına yerleştirelim ve

$i = 1, 2, \dots, 1006$ olmak üzere $(i, 0)$ ve $(i, 1)$ noktalarını 1'e boyanmış doğru parçalarıyla;
 $i = 1, 2, \dots, 1006$ olmak üzere $(i, 0)$ ve $(i+1, 0)$ noktalarını 2'ye boyanmış doğru parçalarıyla;
 $i = 1, 2, \dots, 1005$ olmak üzere $(i, 1)$ ve $(i+1, 1)$ noktalarını ve $(1006, 1)-(1007, 0)$ çiftini 3'e boyanmış doğru parçalarıyla

birleştirelim. Verilmiş çizgenin koşulları sağladığı kolayca görülüyor.