



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Haziran 2012

Soru:

$\{1, 2, \dots, 2012\}$ kümesi, ikisi de toplamları için bir kuvveti olan iki farklı sayı içermeyen iki alt kümeye kaç farklı biçimde ayrılabilir?

Çözüm:

$1, 2, \dots, 2012$ sayılarını küçükten büyüğe sıralayalım. 1 ve 2 sayıları farklı kümelere gidecekler. $k = 1, 2, \dots, 6$ için

$[3^k, \frac{3^{k+1}}{2})$ aralığına dahil olan p sayıları her iki kümeye gidebiliyorlar.

$(\frac{3^{k+1}}{2}, 3^{k+1} - 1]$ aralığına dahil olan p sayıları $3^{k+1} - p$ sayısını içermeyen kümeye gitmek zorundadırlar.

Demek ki, $[3, 4], [9, 13], [27, 40], [81, 121], [243, 364], [729, 1093]$ intervallerine dahil olan p sayıları her iki kümeye gidebiliyorlar ve tam olarak $2 + 5 + 14 + 41 + 122 + 365 = 549$ durumda 2 seçenek bulunuyor. Cevap: 2^{549} .