



Bilkent Üniversitesi  
Matematik Bölümü

## AYIN SORUSU

Aralık 2011

### Soru:

$a_1 = 1$  ve  $|a_{k+1}| = |a_k + 1|$  koşullarını sağlayan  $\{a_n\}$  dizilerine iyi dizi diyelim.

$\{c_n\}$  dizisi, her pozitif tam  $n$  sayısı için  $c_n = \min|\sum_{i=1}^n a_i|$  olarak tanımlanıyor. Burada minimum tüm iyi diziler kümesi üzerinden alınmıştır.

$\{c_n\}$  dizisinin üstten sınırlı olmadığını gösteriniz.

### Çözüm:

Verilen koşullardan  $a_1 = 1$  ve her  $i \geq 1$  için

$$a_{i+1}^2 = a_i^2 + 2a_i + 1 \quad \dagger$$

olduğu görülüyor. Tüm  $i = 1, \dots, n$  değerleri için  $(\dagger)$  ifadelerini toplarsak

$a_{n+1}^2 = 2\sum_{i=1}^n a_i + n + 1$  veya  $c_n = \left| \frac{a_{n+1}^2 - (n+1)}{2} \right|$  elde ederiz.  $(k+1)^2 - k^2 = 2k + 1$  olduğundan,  $n+1$  sayısından en yakın tam kareye olan uzaklık  $n$  sonsuza giderken üstten sınırlı değildir. Çözüm tamamlanmıştır.