



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Eylül 2008

Soru:

a, b, c, d pozitif tam sayıları

$$a = \frac{b^b - c^c}{d^d}$$

koşulunu sağlıyorsa, a sayısı en az kaç olur?

Çözüm:

Cevap: $a = 3$.

$a \geq 1 \Rightarrow b \geq c + 1$ ve $b \geq d + 1$. Sonuç olarak $b \geq 2$ elde ediyoruz. $b = 2$ durumunda $c = d = 1$ ve $a = 3$ oluyor. $b \geq 3$ ve $a \leq 2$ olsun. O zaman

$$b^b = a \cdot d^d + c^c \leq 2 \cdot (b-1)^{b-1} + (b-1)^{b-1} = 3(b-1)^{b-1} < 3b^{b-1},$$

dolayısıyla $b < 3$ ve çelişki elde ediyoruz.